

基于 Z-number Clouds 距离的多属性决策模型及其应用

王翠翠

(安徽三联学院 基础部, 合肥 230601)

摘要:针对不确定环境中的决策问题,提出一种基于 Z-number Clouds(ZCs)距离的多属性决策方法。结合语言型 Z-numbers(LZNs)和语言尺度函数(LSF)提出一种将不确定变量 Z-number 转换为 Z-number Clouds 的新方法;在兼顾 Z-number 和云模型在不确定环境中表达的随机性和模糊性的情况下,通过定义 ZCs 距离度量了两个 ZCs 之间的不确定性程度;基于 ZCs 距离和概率法给出了属性权重计算公式,结合属性权重和有向距离矩阵建立一种新的多属性决策方法;通过新能源汽车性能评估实例验证了所提出多属性决策方法的有效性和可行性。

关键词:Z-number;云模型;云距离;不确定性;多属性决策

中图分类号:C934

文献标识码:A

文章编号:1008-6021(2020)04-0087-05

一、引言

现实世界充满诸多不确定性,其中随机性和模糊性是不确定性最基本的表现形式。概率论和模糊数学是研究不确定性问题中的随机性和模糊性的主要工具。然而,概率论和模糊数学在刻画不确定性方面仍然存在诸多不足,1995 年李德毅院士在概率论和模糊数学的基础上提出了云的概念,并研究了模糊性和随机性及其关联性。自云模型提出以来,云模型已被广泛应用于数据挖掘、自然语言处理、决策分析、智能控制、图像处理等领域^[1]。一般来说,云模型的数字特征主要包括期望、熵和超熵^[2],其中期望表示云滴在论域空间分布的期望,代表定性概念的点。熵是用以度量信息不确定性程度,代表定性概念的可度量粒度,体现了云滴的离散程度以及云滴的取值范围。超熵则是熵的不确定性度量,反映了每个数值隶属这个语言值程度的凝聚性,也就是云滴的凝聚程度。所以,超熵越大,云的离散程度越高,隶属度的随机性也随之增强,云的厚度也就越大。

为了更好地描述决策问题中的模糊性问题,Zadeh 于 1965 年提出模糊集(Fuzzy sets)理论^[3],现在已经被认为是处理决策问题中不确定性信息的有力工具^[4-5]。2011 年 Zadeh 提出了 Z-number 的概念,指出 Z-number 由 A 和 B 两个元素组成,它的构造把自然语言显示的客观信息和人为主观理解的成分并列表达,增强了人类对自然语言的理解^[6]。自 Zadeh 提出 Z-number 的概念后,国内外学者主要从三个方面对 Z-number 进行了相关研究,第一个是 Z-number 的理论研究,与 Z-number 密切相关的概念,如 Z-valuations^[7]、Z-information^[8]等;第二个是 Z-number 的相关计算,如 Alive 等人提出了离散 Z-number^[9]和连续 Z-number^[10]的相关计算,Qing 等人对离散型 Z-number 提出了否定的看法^[11];第三个是基于 Z-number 的决策方法,如 Kang 等提出了基于 Z-number 的效用函数的决策方法^[12],Yao 等提出了基于 Z-number 优势度的多属性决策方法^[13],Peng 和 Wang 研究了基于犹豫不确定语言型 Z-number 的

收稿日期:2020-07-18

基金项目:安徽省高等学校自然科学研究重点项目(项目编号:KJ2019A0887);安徽三联学院自然科学研究重点项目(项目编号:KJZD2019008);安徽三联学院星级教师工作坊项目(项目编号:XJJS201902)

作者简介:王翠翠(1989-),女,安徽宿州人,讲师,硕士。研究方向:模糊数学及其应用。

多准则群决策问题^[14],姚爱婷等人利用 Z-number 谱构建多属性决策模型^[15],邹斌构建新型 Z-number 熵并提出一种多准则群决策方法^[16]。

鉴于云模型自身的数字特征可以较好地表达不确定环境中的随机性和模糊性,本文主要结合云模型和 Z-number 理论提出一种新型转换方法,由语言型 Z-number 表达的不确定性问题转换为 ZCs 问题,进而度量其不确定性。因此,本文在介绍语言型 Z-number^[14]和云模型^[2]的概念基础上,结合两类语言尺度函数提出一种将 Z-number 转化为 ZCs 的新方法,通过定义两个 ZCs 的距离来度量 ZCs 的不确定性,进而基于 ZCs 的距离建立了一个新的多属性决策模型,并应用于新能源汽车性能评估问题中。

二、基础知识

定义 1^[6] 假设 $s_i \in S$ 是一个语言型语集,即 $S = \{s_i \mid i = 0, 1, 2, \dots, 2t\}$ 。假设现有一个数值变量 $\theta_i \in [0, 1]$, 设 H 是语言型语集 s_i 到 θ_i 的一个映射,即

$$H: s_i \rightarrow \theta_i (i = 0, 1, 2, \dots, 2t)$$

其中, $\theta_i \in [0, 1]$, $0 \leq \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_{2t} \leq 1$ 即 θ_i 是严格单调递增的,则称 H 为语言尺度函数,记为 $\tilde{H}(i)$ 。通常把 θ_i 看作是决策者对 s_i 的一种偏好, s_i 越优则 θ_i 越大,评价就越好。

下面有两类语言尺度函数(LSF)^[14]:

第 I 类:

$$\text{LSF1: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{i}{4t}\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\text{LSF2: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{i}{2t}\pi - \pi\right) + \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{LSF3: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{i}{2t}\pi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \quad (3)$$

其中 $i = 0, 1, 2, \dots, 2t$ 。

第 II 类:

$$\text{LSF4: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{\pi} \arccos\left(1 - \frac{i}{t}\right) \quad (4)$$

$$\text{LSF5: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{i}{t} - 1\right) + \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\text{LSF6: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{i}{t} - 1\right) + \frac{1}{2} \quad (6)$$

其中 $i = 0, 1, 2, \dots, 2t$ 。

定义 2^[2] 设 U 是一个论域, T 为 U 中的定性概念,若一个随机变量 $x \in U$, 满足 $x \sim N(Ex,$

$En'^2)$ 和 $En' \sim N(En, He^2)$, 则 $x \in T$ 的确定度 y 定义如下:

$$y = e^{-\frac{(x-Ex)^2}{2(En')^2}} \quad (7)$$

则称 x 的分布是一个标准云,记为 $C = (Ex, En, He)$, 称 (x, y) 为云滴,利用期望 Ex , 熵 En 和超熵 He 有效地刻画 T 在 U 中的特征。

定义 3^[6] Z-number 是有序的一对模糊数,记为 $Z = (A, B)$, 第一个元素 A 是不确定变量 X 的实值函数,是对 X 在值上的约束;第二个元素 B 是对第一个元素 A 的可靠性的度量。当 A, B 都是语言型术语时, $Z = (A, B)$ 便是一个语言型 Z-number。

三、语言型 Z-number 到云模型的转换方法和 ZCs 的距离公式

(一)语言型 Z-number 到云模型的转换方法

下面基于几类语言尺度函数,结合云模型的特征和分布提出一种新的转换方法。

定义 4 设 $Z = (A, B)$ 是一个任意的语言型 Z-number, \tilde{f} 和 \tilde{g} 是两个不同的语言尺度函数,则语言型 Z-number 转换为 Z-number 云的转换方法步骤如下:

(1)利用语言尺度函数 \tilde{f} , \tilde{g} 计算 θ_i 值;

(2)计算期望值 Ex , 设 $U = [\underline{u}, \bar{u}]$ 为论域,则

$$Ex_i = \frac{u + \bar{u}}{2\theta_i} \quad (8)$$

(3)计算熵值 En , 由标准云的特征 $x \sim N(Ex, En'^2)$ 正态分布的“ 3σ 原则”可得到

$$En_i = \frac{Ex_i - u}{3} \quad (9)$$

(4)计算超熵值 He_i , 由标准云的特征 $En' \sim N(En, He^2)$ 可得到

$$He_i = \frac{\max\{En'\} - u}{3} \quad (10)$$

得到 Z-number 云,记为 $ZC = ((\tilde{f}(s_i), \tilde{g}(s'_i)), (Ex_i, En_i, He_i))$ 。

当 $t = 4$ 时,即语言型术语集为 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_8\}$, 选择语言尺度函数 LSF1 公式(1)和 LSF5 公式(5),这里 $U = [0, 10]$, 利用公式(8)(9)(10)计算 ZCs 的期望,熵和超熵对 $Z = (s_4, s'_3)$ 进行转换得到 Z-number 云表示为 $ZC = ((0.5, 0.4196), (10, 3.333, 0.333))$ 。

(二) ZCs 的距离公式

下面将在上述转换方法的基础上定义了一个新的 ZCs 距离公式,用来度量两个 ZCs 之间的不确定性程度,距离越大即两个 ZCs 之间“相距”越远,其不确定性程度越大,反之不确定性程度越小。

定义 5 假设 $Z_1=(A_1, B_1)$ 和 $Z_2=(A_2, B_2)$ 为任意两个语言型 Z-number, \tilde{f} 和 \tilde{g} 是两个不同的语言尺度函数,经过转换后可得到 $ZC_1=((a_1, b_1), (Ex_1, En_1, He_1))$ 和 $ZC_2=((a_2, b_2), (Ex_2, En_2, He_2))$, 对 $\forall \lambda > 0$ 可定义两个 ZC 的距离公式如下:
 $d(ZC_1, ZC_2) =$

$$\left| \frac{a_1^{b_1} - a_2^{b_2}}{2} \right| + \left| \frac{1}{3} [(Ex_1 - Ex_2)^\lambda + (En_1 - En_2)^\lambda + (He_1 - He_2)^\lambda] \right|^{\frac{1}{\lambda}} \quad (11)$$

其中, $a_1 = \tilde{f}(A_1), a_2 = \tilde{f}(A_2), b_1 = \tilde{g}(B_1), b_2 = \tilde{g}(B_2)$ 。

该距离公式充分考虑了两个语言型 Z-number 的不确定性,分别取两个语言尺度函数对语言型 Z-number 进行转换得到 ZC,并对两 ZC 的数字特征运算进行 λ 次方并开方,从而有效地缩小了语言型 Z-number 在反应数据信息过程中表达的不确定性。

性质 1 假设 ZC_1, ZC_2, ZC_3 是三个任意的 Z-number, ZC 的距离公式满足如下性质:

- (1) $d(ZC_1, ZC_2) \geq 0$
- (2) $d(ZC_1, ZC_2) = d(ZC_2, ZC_1)$
- (3) $d(ZC_1, ZC_2) = 0$, 当且仅当 $ZC_1 = ZC_2$
- (4) $d(ZC_1, ZC_2) \leq d(ZC_1, ZC_3) + d(ZC_3, ZC_2)$ 。

四、基于 ZCs 距离公式的多属性决策方法

第一步:设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为方案集合, $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ 为属性集合, $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ 为属性权重集合。

第二步:假设决策专家在各个属性下对每个方案进行评价所得到的决策矩阵为 $D = (Z_{ij})_{n \times m}$, 利用两个不同的语言尺度函数 \tilde{f} 和 \tilde{g} , 以及所提出的 ZC 转换方法,经数字化后可得到 ZC 值矩阵 $D^{ZC} = (ZC_{ij})_{n \times m}$, 其中专家决策矩阵是由语言型 Z-number 组成,元素 A 和 B 分别是语言术语集 S 和 S' 中的元素。

第三步:根据距离公式(8)计算任意两方案在同一属性下的决策距离,并写出决策距离矩阵 $D_i^k = (d_{ij}^k)_{n \times n}$, 其中 $d_{ij}^k = d(ZC_i^k, ZC_j^k)$ 为第 k 个属性下方方案 i 与 j 之间的 ZC 距离, $k=1, 2, \dots, m, i, j=1, 2, \dots, n$ 。

第四步:计算属性权重,即求解 m 个属性的权重向量 $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$, 基于概率法可定义属性权重为:

$$\omega'_k = \frac{\sigma_k^2}{\ln(\delta_k - \bar{x}_k)} \quad (12)$$

$$\omega_k = \frac{\omega'_k}{\sum_{k=1}^m \omega'_k} \quad (13)$$

其中, $\bar{x}_k = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^k, \delta_k = \max_{i,j} \{d_{ij}^k\}, \sigma_k^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (d_{ij}^k - \bar{x}_k)^2$ 。

第五步:得到属性权重之后将各属性方案距离矩阵集成为综合矩阵 $\tilde{D} = (\tilde{d}_{ij})_{n \times m}$, 其中

$$\tilde{d}_{ij} = \sum_{k=1}^m d_{ij}^k \cdot \omega_k$$

第六步:计算有向距离矩阵 $\vec{D} = (\vec{d}_{ij})_{n \times m}$, 其中

$$\vec{d}_{ij} = \begin{cases} \tilde{d}_{ij} & \tilde{f}(a_i) \geq \tilde{f}(a_j) \\ -\tilde{d}_{ij} & \tilde{f}(a_i) < \tilde{f}(a_j) \end{cases} \quad (14)$$

第七步:进行方案排序。计算排序向量 $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, 其中 $v_i = \sum_{j=1}^m \vec{d}_{ij}$, 得到排序向量 $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, 并按其分量的大小对所有方案进行排序得到最优决策方案。

五、实例分析

随着我国对环境保护、技术进步和能源安全的重视程度不断加深,新能源汽车因其动力、价格、环保等优势逐渐成为汽车行业的重要品类,而其性能评估对于新能源汽车的发展至关重要。现在假设市场上有四种备选新能源汽车型号(方案) $a_i (i=1, 2, 3, 4)$ 需要评估,决策者利用语言评估标度 $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_8\} = \{\text{很差, 差, 较差, 稍差, 一般, 稍好, 较好, 好, 很好}\}$ 和 $S' = \{s'_0, s'_1, s'_2, \dots, s'_8\} = \{\text{很不确定, 不确定, 较不确定, 稍不确定, 中立, 稍确定, 较确定, 确定, 很确定}\}$ 对备选汽车型号四个关键属性(汽车单次行

驶里程、质量与技术水平、价格与成本、驾驶舒适水平) $c_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 进行决策。

第一步:四种不同型号的新能源汽车组成了方案集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ 为属性集合, $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ 未知属性权重集合。表 1 为专家的决策矩阵。

表 1 专家的语言型决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(S_1, S'_5)	(S_3, S'_5)	(S_6, S'_5)	(S_2, S'_4)
a_2	(S_3, S'_6)	(S_2, S'_5)	(S_7, S'_6)	(S_3, S'_7)
a_3	(S_5, S'_4)	(S_6, S'_4)	(S_1, S'_7)	(S_6, S'_5)
a_4	(S_2, S'_7)	(S_4, S'_3)	(S_2, S'_4)	(S_5, S'_7)

第二步:将表 1 决策矩阵用公式(2)和(4)两个不同的语言尺度函数和新型转换方法将语言型 Z-number 转换为 Z-number 云矩阵 $D^{ZC} = (ZC_{ij})_{n \times m}$, 其中令 $U = [0, 10]$ 。下面以属性 c_1 为例展示决策矩阵由语言型 Z-number 转换为 ZC:

$$ZC_{11} = ((0.5, 0.580), (10, 3.333, 1.111))$$

$$ZC_{21} = ((0.309, 0.667), (16.199, 5.40, 1.80))$$

$$ZC_{31} = ((0.691, 0.5), (7.232, 2.411, 0.804))$$

$$ZC_{41} = ((0.146, 0.77), (34.142, 11.381, 3.794))$$

第三步:计算同一属性下任意两类汽车型号的 ZC 距离,可得到如下距离矩阵

$$D_1^d = \begin{bmatrix} 0 & 2.6206 & 1.2040 & 10.0134 \\ 2.6206 & 0 & 3.8246 & 7.3927 \\ 1.2040 & 3.8246 & 0 & 11.2174 \\ 10.0134 & 7.3927 & 11.2174 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_2^d = \begin{bmatrix} 0 & 7.3671 & 4.4040 & 2.6357 \\ 7.3671 & 0 & 11.7711 & 10.0028 \\ 4.4040 & 11.7711 & 0 & 1.7683 \\ 2.6357 & 10.0028 & 1.7683 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_3^d = \begin{bmatrix} 0 & 0.2989 & 1.18431 & 11.7378 \\ 0.2989 & 0 & 2.1419 & 12.0367 \\ 1.18431 & 2.1419 & 0 & 9.8948 \\ 11.7378 & 12.0367 & 9.8948 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_4^d = \begin{bmatrix} 0 & 7.2892 & 11.7378 & 11.1005 \\ 7.2892 & 0 & 4.4486 & 3.8113 \\ 11.7378 & 4.4486 & 0 & 0.6373 \\ 11.1005 & 3.8113 & 0.6373 & 0 \end{bmatrix}.$$

第四步:由公式(12)和(13)可计算属性权重向量为 $w' = [9.7726, 9.7337, 13.9976, 10.9736]$,

$$w = [0.2197, 0.2188, 0.3147, 0.2467].$$

第五步:计算综合矩阵

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} 0 & 4.0805 & 4.7044 & 9.2097 \\ 4.0805 & 0 & 5.1880 & 8.5418 \\ 4.7044 & 5.1880 & 0 & 6.1229 \\ 9.2097 & 8.5418 & 6.1229 & 0 \end{bmatrix}.$$

第六步:计算有向距离矩阵

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} 0 & -4.0805 & 4.7044 & -9.2097 \\ 4.0805 & 0 & 5.1880 & -8.5418 \\ -4.7044 & -5.1880 & 0 & -6.1229 \\ 9.2097 & 8.5418 & 6.1229 & 0 \end{bmatrix}.$$

第七步:计算排序向量 $v = [8.5858, -0.7267, 16.0153, -23.8744]$, 所以这四个方案的排序为 $a_3 > a_1 > a_2 > a_4$, 即综合四个属性因素可知第三种型号的新能源汽车为最优。

六、结语

本文结合语言型 Z-number 和标准云定义使用两类语言尺度函数提出了一种新的将 Z-number 转换为 Z-number 云(ZC)的方法,并定义了两个不同 ZC 的距离。利用新的转换方法和距离公式建立了未知属性权重的多属性决策方法,从理论方面计算出了合理的属性权重从而进行决策排序得到最优方案。利用云模型的处理定性概念与定量描述的不确定转换来确定自然语言型 Z-number 在多属性决策中表达的不确定信息,从而全面、直观地表达不确定性环境中的不确定信息。最后以一个新能源汽车性能评估为例验证了本文所提出决策方法的有效性和可行性。

参考文献:

[1] 叶琼,李绍稳,张友华,等.云模型及应用综述[J].计算机工程与设计,2011(12):4198-4201.

- [2] 李德毅. 知识表示中的不确定性[J]. 中国工程学报, 2000(10):73-79.
- [3] ZADEH L A. FUZZY Sets[J]. Information & Control, 1965(8):338-353.
- [4] YAGER R R. Multiple Objective Decision-making Using Fuzzy Sets[J]. International Journal of Man-machine Studies, 1977,9(4):375-382.
- [5] CATENI S, VANNUCCI M, COLLA V. Industrial Multiple Criteria Decision Making Problems Handled by Means of Fuzzy Inferencebased Decision Support Systems[C]. International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation, Bangkok(Thailand), 2013,12-17.
- [6] ZADEH L A. A Note on Z-numbers[J]. Information Sciences, 2011,181(14):2923-2932.
- [7] YAGER R R. On Z-valuations Using Zadeh's Z-numbers[J]. Journal of Intelligent Systems, 2012,27(3):259-278.
- [8] ALIEV R R, MAAZIQ D A T, HUSEYNOV O H. Expected Utility Based Decision Making Under-information and Its Application[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2015(3):36-45.
- [9] ALIEV R A, ALIZADEH A V, HUSEYNOV O H, et al. The Arithmetic of Discrete Z-numbers[J]. Information Sciences, 2015,290(1):134-155.
- [10] ALIEV R A, JUSEYNOV O H, ZEINALOVA L M, et al. The Arithmetic of Continuous Z-numbers[J]. Information Sciences, 2016,373(12):441-460.
- [11] LIU Qing, CUI Huizi, YE Tian, et al. On the Negation of Discrete Z-numbers[J]. Information Sciences, 2020,537(10):18-29.
- [12] KANG B, DENG Y, SADIQ R, et al. Total Utility of Z-number[J]. Applied Intelligence, 2018,48(3):703-729.
- [13] YAO A T, MAO J J, WU M C. Dominance Degree Multiple Attribute Decision Making Based on Z-numbers Cognitive Information[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019(12):1-19.
- [14] PENG H, WANG J. Hesitant Uncertain Linguistic Z-numbers and Their Application in Multi-criteria Group Decision-making Problems[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2017,19(5):1300-1316.
- [15] 姚爱婷, 吴敏超, 毛军军. 基于 Z-number 谱的多属性决策方法[J]. 统计与决策, 2019(13):44-48.
- [16] 邹斌. 新型犹豫不确定 Z-Numbers 熵及其多准则群决策分析[J]. 黑河学院学报, 2020,11(2):211-214.

Multi-attribute Decision-making Model Based on Z-number Clouds Distance and Its Application

WANG Cuicui

(Department of Basic Courses, Anhui Sanlian University, Hefei 230601, China)

Abstract: For decision-making problems in uncertain environment, a multi-attribute decision-making method based on Z-number Clouds (ZCs) distance is proposed. First, a new conversion method for converting uncertain variables Z-number into Z-number Clouds is proposed by combining linguistic Z-numbers (LZNs) and linguistic scale functions (LSF). In the case of randomness and ambiguity expressed in an uncertain environment, the degree of uncertainty of the two ZCs is measured by defining the ZCs distance. Then, the attribute weight calculation formula is given based on the ZCs distance and probability method, and a new decision-making method has been proposed based on attribute weights and the directional distance matrix. Finally, the effectiveness and feasibility of the proposed multi-attribute decision-making method is verified by an example of new energy vehicle performance evaluation.

Keywords: Z-number; cloud model; cloud distance; uncertainty; multi-attribute decision-making

[责任编辑 李潜生]